

Come diagnosticare e gestire dati sperimentali scadenti

Mark J. Anderson e Patrick J. Whitcomb, Stat-Ease, Inc. www.StatEase.com

Traduzione a cura di Maria Pia D'Ambrosio - <http://www.sixsigmain.it/>

SOMMARIO

Questo articolo è relativo ad uno degli argomenti più spinosi per ogni sperimentatore si trova ad affrontare: come trattare risultati individuali che non sembrano adattarsi con il resto dei dati. L'obiettivo dell'articolo è quello di fornire una serie di strumenti grafici per diagnosticare in modo semplice che cosa realmente è anomalo nei dati della risposta, negli outliers e verificare l'esigenza di eventuale trasformazione dei dati.

Il trucco fondamentale è quello di mantenere **un ragionevole equilibrio** fra due tipi di possibili errori:

- . la **cancellazione di dati** che variano soltanto per cause comuni, introducendo così un giudizio non imparziale nelle conclusioni.
- . la **mancata identificazione di veri outliers** che si presentano per cause speciali. Tali outliers possono oscurare gli effetti reali o condurre a false conclusioni. Inoltre, potrebbe essere persa l'occasione di studiare cause evitabili di guasti o circostanze riproducibili che conducono alle innovazioni migliorative.

Illustreremo due insiemi reali di dati che non riveleranno ad una prima occhiata i loro veri segreti. Ma con l'aiuto di vari plots diagnostici (disponibili in software statistici specialistici, quali Design Expert), diventerà molto chiaro che cosa può e deve essere fatto.

Con questa conoscenza, i professionisti della qualità avranno molta più probabilità di identificare conclusioni adeguate dagli esperimenti che producono dati discrepanti.

INTRODUZIONE

Tutti i tools statistici permettono di adattare in modo semplice i modelli ai dati sperimentali attraverso una regressione basata sul metodo dei minimi quadrati. Tuttavia, questi modelli si dimostrano spesso suscettibili agli outliers generati da varie cause:

- . Errori nell'inserimento dei dati. È molto facile omettere un punto decimale o premere casualmente il tasto errato. (semplice suggerimento operativo: se si scrivono i dati dall'alto verso il basso in una colonna dati, correggere le bozze dal basso verso l'alto.)
- . Avarie delle strumentazioni.
- . Errori da parte del personale che gestisce / controlla il processo.
- . Campioni non rappresentativi.
- . Misurazioni difettose o non corrette.
- . Variabili non sotto controllo e/o sconosciute che compaiono soltanto in modo intermittente.

D'altra parte, tutti gli sperimentatori devono fare attenzione a non influenzare l'interpretazione dei loro risultati cancellando dati che non soddisfano i loro concetti o idee preesistenti.

In molti casi i dati deviano dai presupposti standard che i residui (variazioni) siano normalmente distribuiti, con media uguale a zero e una varianza costante.

In questi casi, gli outliers vengono segnalati erroneamente, quando il problema è in realtà la variabile dipendente (o risposta) che ha necessità di essere trasformata tramite una funzione.

La tabella 1 mostra come uno sperimentatore può correttamente o erroneamente individuare la presenza o l' assenza di outliers reali, cioè dati prodotti da cause speciali.

Punti staccati o Outliers?		Che cosa si asserisce	
		Sì (presenti)	No (assenti)
La verità	Sì	Corretto	Falso negativo
	No	Falso positivo	Corretto

Tabella 1: Errori nel giudicare se i punti staccati o outliers sono o non sono presenti nei dati sperimentali.

Gli outliers correttamente identificati non dovrebbero essere semplicemente eliminati. Essi potrebbero rivelare informazioni di grande importanza. Va ricordato che malgrado l' utilizzo di un satellite per la raccolta di tutti i dati, ci sono voluti molti anni prima che gli scienziati realizzassero la presenza di un buco nello strato di ozono sopra l' Antartico. Ciò purtroppo fu dovuto al sistema di acquisizione dei dati cancellava automaticamente i punti staccati, (**causati dal buco intermittente**), semplicemente perché ciò non noto¹.

Gli statistici hanno messo a punto metodi grafici molto efficaci per la diagnostica delle anomalie nei dati, rilevando gli outliers potenziali e suggerendo le possibili trasformazioni utilizzabili. Molte di queste diagnostiche saranno riportate in questo articolo, con i relativi riferimenti bibliografici per coloro che desiderassero approfondirne i dettagli.

Come sarà dimostrato attraverso lo studio dei casi, sarebbe un serio errore non avvantaggiarsi di questi metodi prima di trarre le conclusioni riguardanti i risultati degli esperimenti.

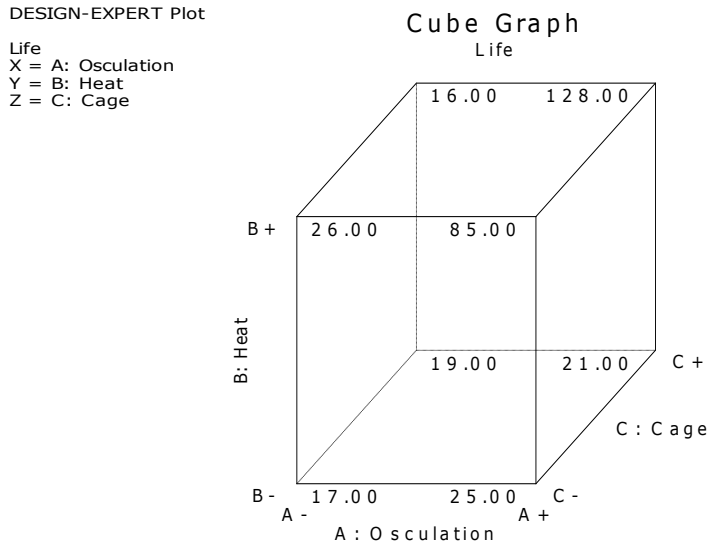
I due casi riportati di seguito, entrambi con dettagliati risultati da design of experiments (DOE), illustrano situazioni dove un incauto procedere potrebbe trascurare gli outliers reali che oscurano gli effetti veri (falso negativo), oppure rimuovere i dati che potrebbero essere spiegati attraverso una trasformazione che adatta la variabile dipendente o risposta (falso positivo).

Si vedrà presto che si sarà in grado di individuare quale errore è illustrato in ognuno dei due casi.

CUSCINETTI A SFERA: SVELATO IL SEGRETO DI UNA VITA LUNGA!

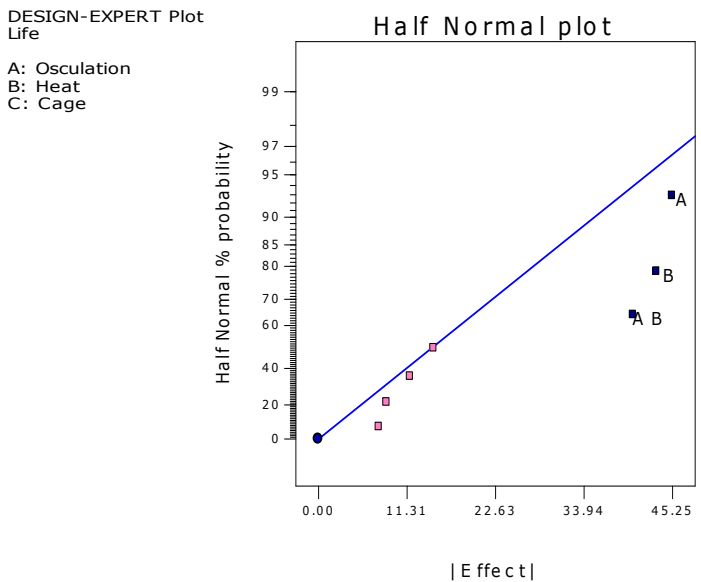
George Box ha descritto un esempio di grande successo per un progetto fattoriale a due livelli (DOE) che ha messo a fuoco il miglioramento della durata della vita di un cuscinetto a sfera². La figura 1 mostra i fattori ed i risultati sorprendenti (ore di vita del cuscinetto) sotto forma di un diagramma a cubo.

Figura 1: Diagramma a cubo dell' esperimento relativo al cuscinetto



Si procede con una analisi statistica di questi dati usando le tecniche sviluppate da Box e dai suoi predecessori. La Figura 2 mostra il diagramma half-normal degli effetti³. I fattori A, B e la loro interazione AB risultano al di fuori della scala assoluta dell' effetto sulla vita del cuscinetto. Tuttavia, si può notare che gli effetti più piccoli (punti non identificati dalle lettere) non sono allineati con l' origine nel diagramma half-normal. Questo modello è inusuale.

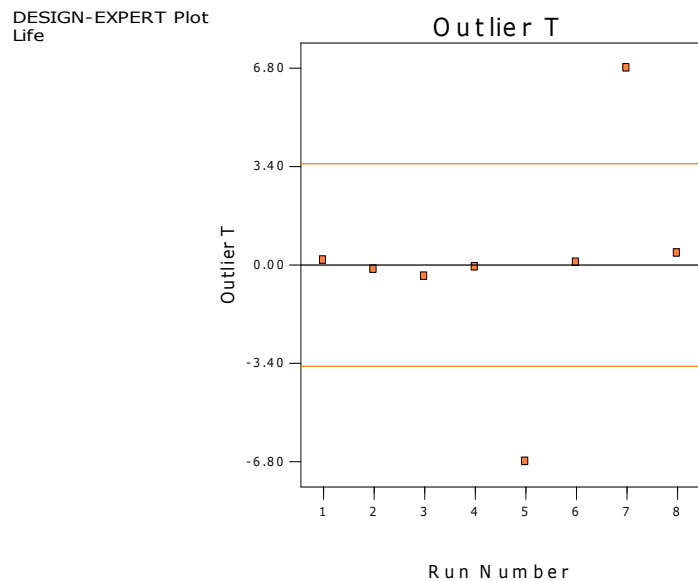
Figura 2: Diagramma half-normal degli effetti per l' esperimento relativo ai cuscinetti



L'analisi della varianza (ANOVA) per gli effetti esibiti (A, B ed AB) mostra un alto livello di significatività ($p < 0.05$), ma, come appare nella figura 3, la diagnosi dei residui studentizzati esternamente⁴, (un metodo comune per la rilevazione dei dati discordanti che Design Expert identifica come "outlier t"), rivela due punti staccati o outliers potenziali (punti 4 e 8). (Nota: l'asse x di questo diagramma riporta il "Run number", presumibilmente randomizzato, ma è mostrato nell'ordine standard per essere coerente con Figura 1.)

I due punti discordanti si trovano a più di sei scarti quadratici medi dal loro valore previsto (la retta sullo zero, parallela all'asse x sul diagramma), ben sopra il livello di confidenza del 99% (rischio alfa = 0.01) per un' appropriato test di significatività.

Figura 3: Diagramma del residuo studentizzato esternamente (outlier t) per l'esperimento dei cuscinetti a sfera



In questa fase sarebbe molto facile cancellare i due valori discordanti, ma questo sarebbe un grave errore, perché come appare in figura 1, i punti 4 e 8 **rappresentano il progresso migliorativo nella vita** del cuscinetto. Forse il problema si non trova nei dati, ma in come si è ottenuto il modello.

Ciò diventa evidente in un controllo successivo dei due diagrammi di base per la diagnostica dei residui:

- . Normal plot (figura 4a), che mostra idealmente una linea retta
- . Residui verso i valori teorici predetti (figura 4b), che mostra idealmente una variazione costante da sinistra (livello basso della risposta) a destra (livello predetto più elevato).

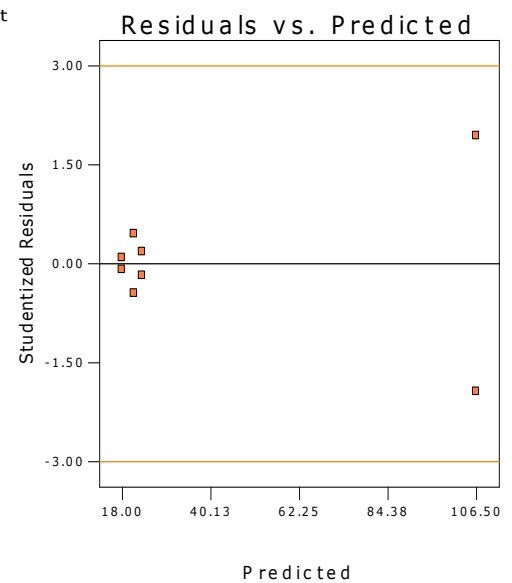
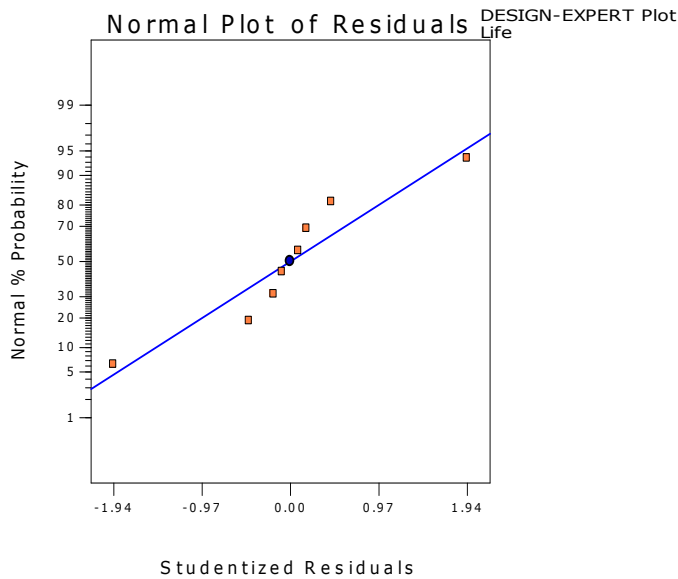


Figure 4a, b: Normal plots dei residui studentizzati e diagramma dei residui studentizzati verso i valori teorici predetti, per il caso del cuscinetto

Si noti che in entrambi i diagrammi, i residui sono stati essere studentizzati per tenere in considerazione le variazioni potenziali del leverage dei punti nei dati. Ciò riproduce i residui in un'altra scala, partendo da unità reali (in questo caso la vita in ore), giungendo ad unità relative allo scarto quadratico medio.

Si raccomanda di usare sempre la scala studentizzata quando si valuta la grandezza relativa dei residui. In questo caso, la struttura su entrambi i diagrammi mostra la non-normalità della distribuzione dei residui studentizzati:

- . un andamento a forma di "S" sul normal plot
- . un andamento a forma di "megafono" (" $<$ ") nel diagramma dei residui studentizzati verso i valori teorici predetti.

Queste strutture **sono molto tipiche per i dati che variano oltre tale ampiezza dell'intervallo** (un multiplo di otto in questo caso), i quali hanno la necessità di essere trasformati attraverso una funzione logaritmica per ottenere una soddisfacente adattamento con un modello fattoriale.

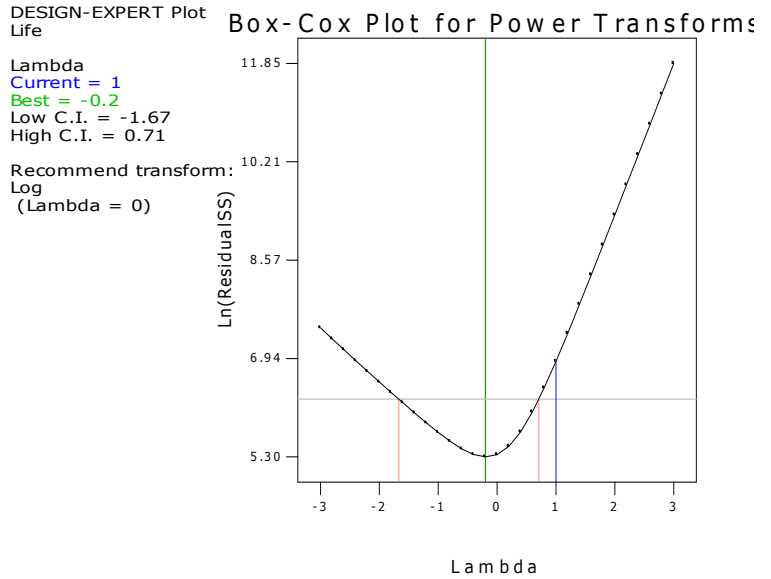
Ciò diventa evidente in un diagramma "Box-Cox" (dal nome degli autori), dei residui verso la variazione dell' elevazione a potenza della trasformazione della variabile dipendente o risposta⁵. Il diagramma (figura 5) mostra l' elevazione a potenza attuale (simbolizzato matematicamente dalla lettera greca lambda) con la linea blu sul valore 1 sull' asse x.

Questo rappresenta i dati della variabile dipendente o risposta non trasformata.

Alternativamente, la variabile dipendente (o risposta) è trasformata in un intervallo di valori di elevazione a potenza da -3 (elevazione al cubo inversa) a +3 (elevazione al cubo).

Sui dati trasformati, quindi riadattati con il modello proposto (in questo caso A, B, AB) vengono calcolate le somme dei residui al quadrato (SS). (Box e Cox hanno suggerito di mettere nel diagramma il logaritmo naturale (Ln) delle SS dei residui, ma questo non è di importanza critica). Può quindi essere trovato il residuo minimo del modello e può essere calcolato l' intervallo di confidenza.

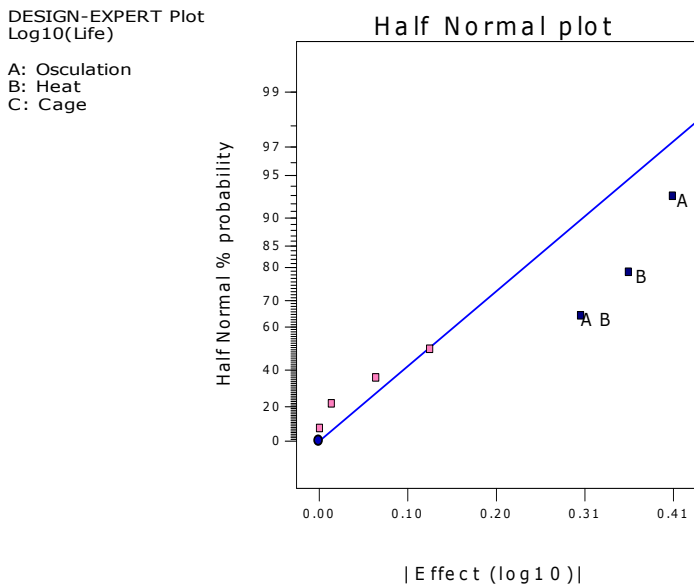
Figura 5: Diagramma Box-Cox per il caso del cuscinetto



Nel diagramma si può notare che il punto attuale (la linea blu) cade al di fuori dei limiti dell'intervallo di confidenza del 95%.

Di conseguenza, sarà vantaggioso applicare un valore diverso dell'esponente, tale da essere compreso all'interno dell'intervallo di confidenza, corrispondente oppure vicino al valore minimo. In questo caso, è utile scegliere un valore dell'esponente corrispondente a 0, che rappresenta la trasformazione logaritmica (naturale o base 10, non importa - Box e Draper, pagina 289). Procediamo con una trasformazione logaritmica a base 10, sui dati del cuscinetto. La figura 6 mostra il diagramma degli effetti di questi dati trasformati.

Figura 6: Diagramma Half-normal degli effetti dei dati relativi ai cuscinetti, trasformati tramite la funzione logaritmica base 10



Si noti che ora gli effetti più piccoli (presumibilmente non significativi) emergono dall'origine – una struttura normale per i dati relativi ad un progetto fattoriale a due livelli. Questo è corretto!. Ulteriori conferme possono essere osservate nei diagrammi della diagnostica dei residui: una linea retta sul normal plot (figura 7a) ed una più generale dispersione dei residui studentizzati verso i valori teorici predetti (figura 7b).

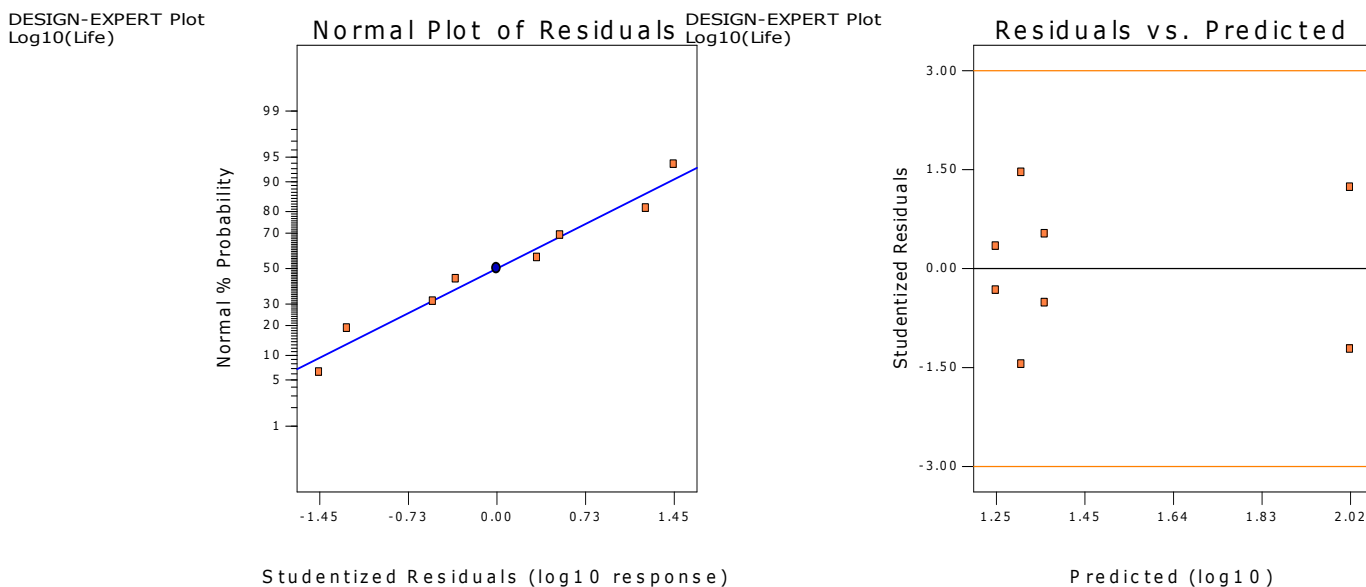
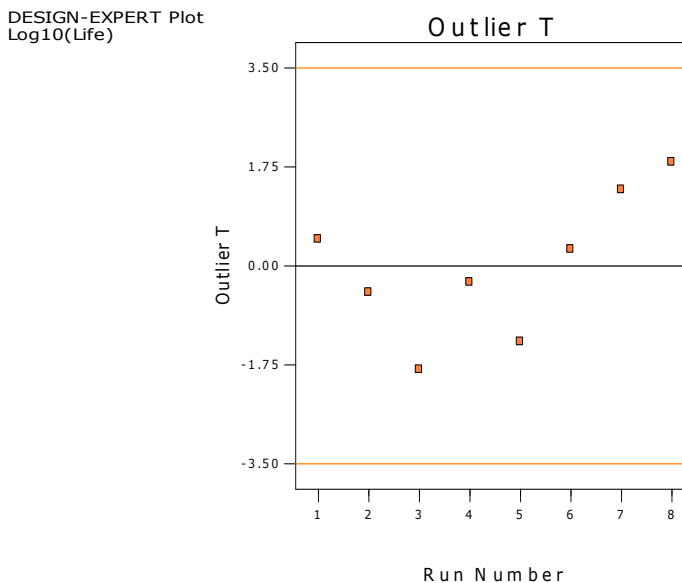


Figure 7a, b: Normal plot dei residui studentizzati e diagramma dei residui studentizzati verso i valori teorici predetti, per i dati trasformati del cuscinetto

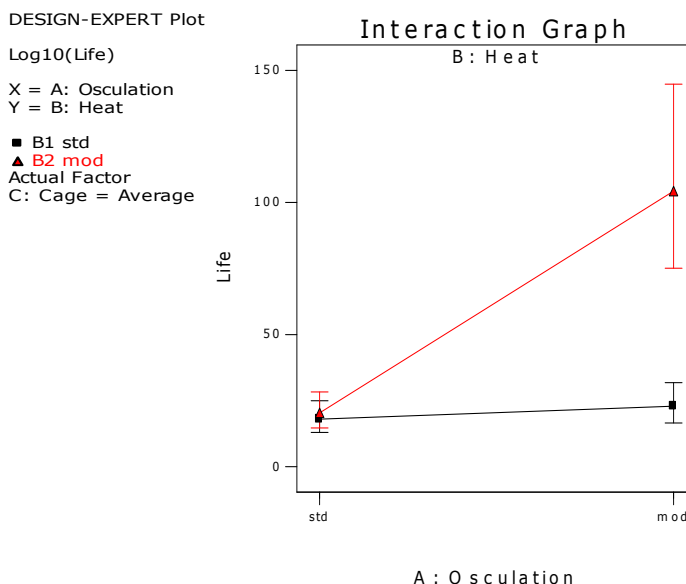
Ora analizziamo cosa è accaduto ai punti outliers sospetti. Come appare dalla figura 8, **ora sono allineati con gli altri punti.**

Figura 8: Diagramma dei residui studentizzati esternamente (outlier t) per i dati del cuscinetto in scala logaritmica



Si può ora focalizzare l'attenzione su che cosa George Box voleva mostrare con questo caso, e cioè come un adeguato DOE può rivelare una forte interazione che non potrebbe essere vista tramite i semplici metodi che coinvolgono un solo fattore alla volta (OFAT). Ciò risulta molto evidente nel grafico dell'interazione AB (figura 9), costruito dall'analisi dei dati nella scala logaritmica, ma con i dati relativi alla risposta nelle unità di misura originali, non trasformati (vita in ore).

Figura 9: Diagramma dell'interazione AB dall'analisi dei dati del cuscinetto dopo la trasformazione



Si noti quanto diventa ampio l'intervallo, che rappresenta la minima differenza significativa (LSD) al 95% di confidenza, in corrispondenza dell'aumento delle ore di vita, con il fattore A (Osculation) e con il fattore B (Heat) regolati entrambi al loro livello elevato.

Questa è la ragione per la quale condurre l'analisi con la scala logaritmica, che si contrappone alla dipendenza diretta della variazione dal livello teorico predetto, osservato nella figura 4b.

Si può comprendere ora il beneficio derivante dall'applicazione della trasformazione: ciò che sembrava una grande differenza delle ore di vita, 85 ore contro 128 ore (Figura 1), ovviamente deve essere dovuta soltanto alla probabilità basata sulla lunghezza dell'intervallo LSD.

Perciò diventa più ovvio capire perché il fattore C (Cage) non sia emerso come fattore significativo. Secondo Box, i progettisti che hanno condotto originariamente l'esperimento non si aspettavano questo risultato. Ciò ha consentito alla azienda di risparmiare molto denaro che, al contrario, sarebbe stato speso per la riconfigurazione della produzione con un nuovo progetto.

Questo caso ha illustrato l'applicazione di una trasformazione logaritmica per adattare dati validi che potevano essere altrimenti essere erroneamente eliminati come outliers (**errore definito falso positivo visto in tabella 1**).

La trasformazione logaritmica è un elemento della famiglia delle trasformazioni, indicata come "regola dell'elevazione a potenza" dagli statistici, che si dovrebbero considerare per dati "anomali" della variabile dipendente.

Il diagramma Box-Cox è una guida a cui riferirsi per le trasformazioni con la regola dell'elevazione a potenza. Si deve ricordare che la trasformazione logaritmica rappresenta un caso speciale dove l'elevazione a potenza sarà identificata con "0" sull'asse x del diagramma Box-Cox. Altre trasformazioni che sono indicabili nel diagramma sono:

- la radice quadrata (elevazione a potenza corrispondente a 0.5), che funziona bene per i conteggi, come ad esempio il numero dei difetti per unità di superficie.

. l' inversa (elevazione a potenza corrispondente a -1), che fornisce spesso un adattamento migliore per i dati relativi a proporzioni.

George Box ed i suoi colleghi suggeriscono queste osservazioni generali sulle trasformazioni, in particolare quella relativa all' inverso: "la possibilità di trasformazione dovrebbe essere sempre tenuta presente.

Spesso non c'è niente di particolare da suggerire una variazione alla misura originale con la quale le osservazioni sono state rilevate. Un ricercatore che analizza i tempi di un atleta può misurare il tempo t in secondi che l' atleta impiega per percorrere di corsa 1000 metri, ma potrebbe in una uguale maniera considerare $1000/t$, che è la velocità dell' atleta in metri al secondo.

Altre trasformazioni, che non fanno parte della famiglia relativa alla regola dell' elevazione a potenza, potrebbero essere migliori per altre tipologie di dati, come ad esempio conforme / non conforme tipiche del controllo qualità. Questo argomento viene discusso nel secondo esempio, che viene riportato di seguito.

UN CASO PER ESAMINARE IL METALLO

Un produttore di pezzi di alluminio ottenuti tramite pressofusione, voleva ridurre il tasso dei difetti sull' alloggiamento del disco guida⁶.

L' ingegnere di processo, Dave DeVowe progettò un esperimento fattoriale frazionato con i fattori regolati su due livelli, costituito da 16 prove sperimentali, con le seguenti cinque variabili indipendenti:

- A. Hot oil temperature;
- B. Trip in mm;
- C. Molten aluminum temperature;
- D. Fast shot velocity;
- E. Dwell time.

Gli operatori misurarono la frazione difettosa su 50 pezzi ottenuti con ogni regolazione delle condizioni operative. I risultati ottenuti sono riportati nella Tabella 2.

La tabella viene presentata con l' elenco nell' ordine standard, ma le prove sono state realmente effettuate in modo casuale, (a seguito dell' insistenza di Dave, che aveva appena completato un nostro corso sul DOE, e che aveva correttamente compreso la necessità della randomizzazione).

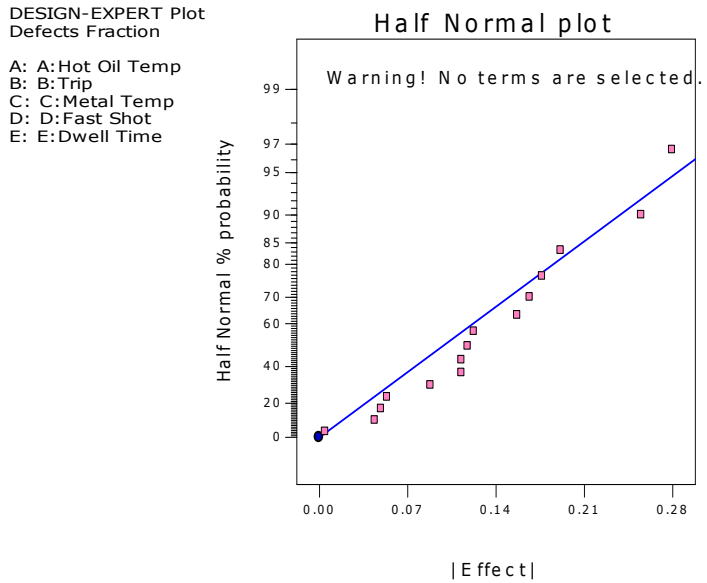
I risultati mostrano un intervallo di difettosità da 0.06 (6% pezzi difettosi) a 1 (100% pezzi difettosi). Il tasso dei difetti stava conducendo ad un valore corrispondente al 50%.

Std Order	A: Hot Oil Temp Deg °F	B: Trip mm	C: Metal Temp Deg °F	D: Fast Shot mm	E: Dwell Time sec	Defects Fraction
1(*)	350	390	1260	1.60	5.50	0.14
2	450	390	1260	1.60	3.50	0.98
3	350	410	1260	1.60	3.50	0.36
4	450	410	1260	1.60	5.50	0.42
5	350	390	1300	1.60	3.50	1.00
6	450	390	1300	1.60	5.50	0.90
7	350	410	1300	1.60	5.50	0.28
8	450	410	1300	1.60	3.50	0.14
9	350	390	1260	2.20	3.50	0.22
10	450	390	1260	2.20	5.50	0.26
11	350	410	1260	2.20	5.50	0.38
12	450	410	1260	2.20	3.50	0.12
13	350	390	1300	2.20	5.50	0.30
14	450	390	1300	2.20	3.50	0.06
15	350	410	1300	2.20	3.50	0.22
16	450	410	1300	2.20	5.50	0.38

Tabella 2: Dati provenienti dall' esperimento relativo alla pressofusione.

Tuttavia, con sgomento di Dave, nessuno degli effetti risaltava nel diagramma half-normal degli effetti (Figura 10).

Figura 10: Diagramma half-normal degli effetti dall' esperimento di pressofusione.



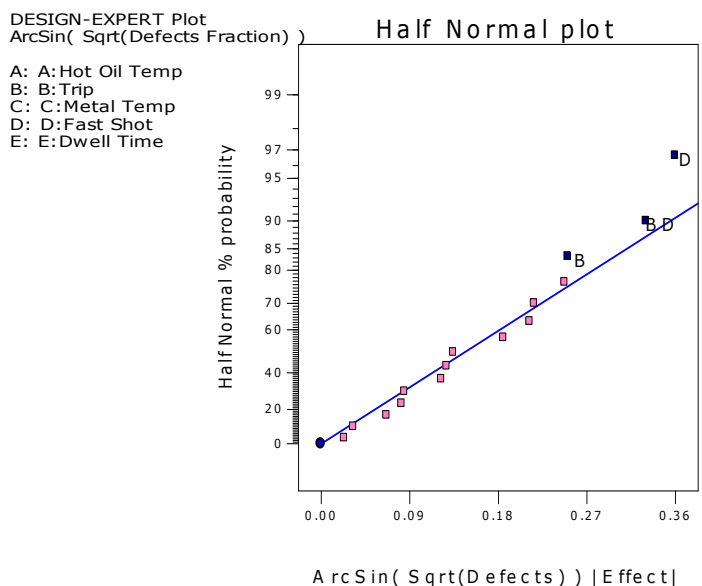
Avendo coinvolto il suo personale lavorativo in un grande sforzo organizzativo e avendo assorbito una settimana completa di produzione, Dave non poteva accettare la possibilità che nulla fosse particolarmente significativo. Ci chiese aiuto!

La prima cosa a cui si è pensato era la possibilità che i dati relativi alla variabile dipendente o risposta avessero la necessità di essere trasformati.

La trasformazione standard per i dati binomiali (come la frazione dei difetti - conforme / non conforme) è la radice quadrata dell' arcoseno. Tuttavia, tale trasformazione ha contribuito con una differenza piccolissima al miglioramento della comprensione della struttura degli effetti, cioè ancora nessuno degli effetti risaltava o spiccava in modo significativo nel diagramma half-normal degli effetti.

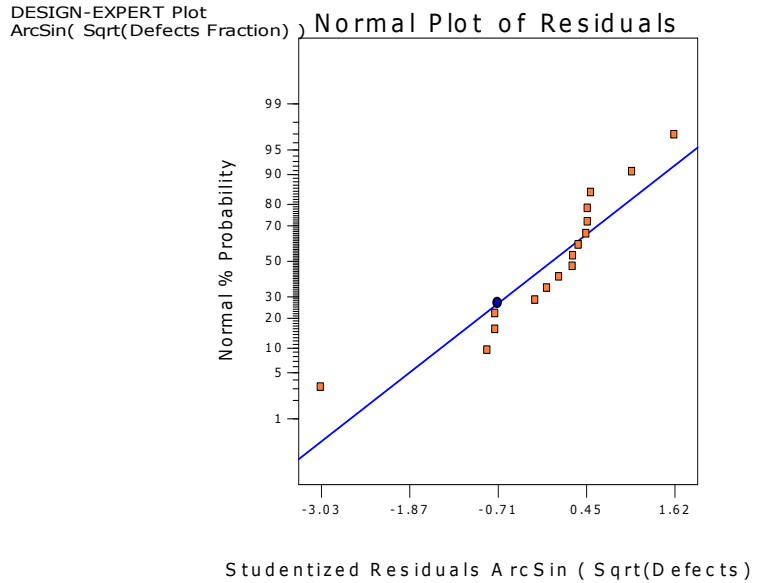
Ma rimaneva una possibilità: qualcosa poteva essere andato male con uno o più prove sperimentali, generando così un pericoloso outlier statistico. Per controllare ciò, sono stati scelti alcuni degli effetti più grandi (Figura 11) per generare un modello predittivo.

Figura 11: Diagramma Half-normal degli effetti per i dati relativi alla pressofusione, dopo avere effettuato la trasformazione



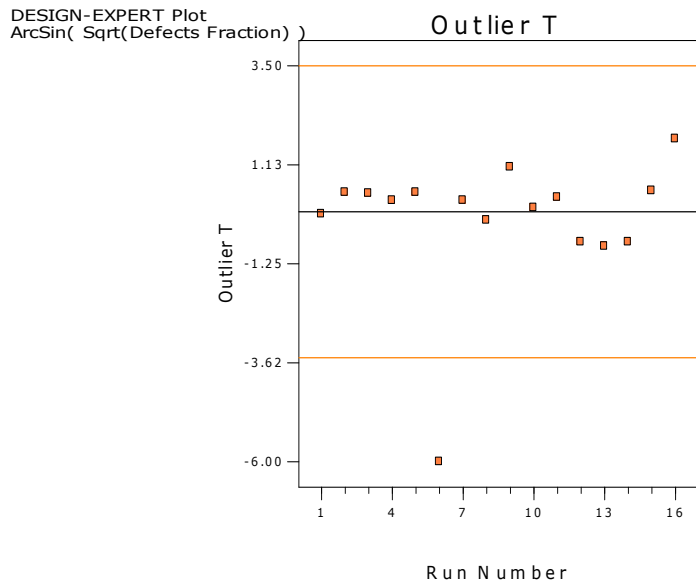
In modo non sorprendente, l'Analisi della Varianza non mostra, per questo modello, molta significatività. La sorpresa reale viene quando si guarda il normal plot dei residui provenienti dal modello (vedere Figura 12).

Figura 12: Normal plot dei residui provenienti dal modello, per i dati relativi alla pressofusione



Una delle prove sperimentali si distingue chiaramente dal resto delle prove. Ciò diventa ancor più evidente nel diagramma dei residui studentizzati esternamente o outlier t (Figura 13), che, come chiarito precedentemente, aiuta a scoprire gli outliers.

Figura 13: Residui studentizzati esternamente (diagramma outlier t) per i dati relativi alla esperimento della pressofusione.



Ora Dave ha una chiave per identificare il colpevole: l' autore della prova sperimentale numero 6 corrispondente alla prova sperimentale 1 nella Tabella 1 (*) (ordine standard).

Il suo caporeparto, messo di fronte a questa prova statistica, ha dovuto cedere e confessare che la sua squadra aveva trascurato questa particolare combinazione dei fattori.

Ha allora tentato di compensarla, arrivando presto nella settimana seguente, **dopo la chiusura della fonderia per il fine settimana**, conducendo di nascosto la prova sperimentale mancante prima che Dave arrivasse al lavoro.

Tenendo in considerazione tutto ciò che può accadere durante la fase iniziale di ripresa di un processo, come può essere la fusione del metallo, è giusto dire che l' outlier statistico si è presentato poiché è sopraggiunta **una causa speciale**.

Lo step conseguente è quindi quello di provare ad ignorare la prova sperimentale contrastante.

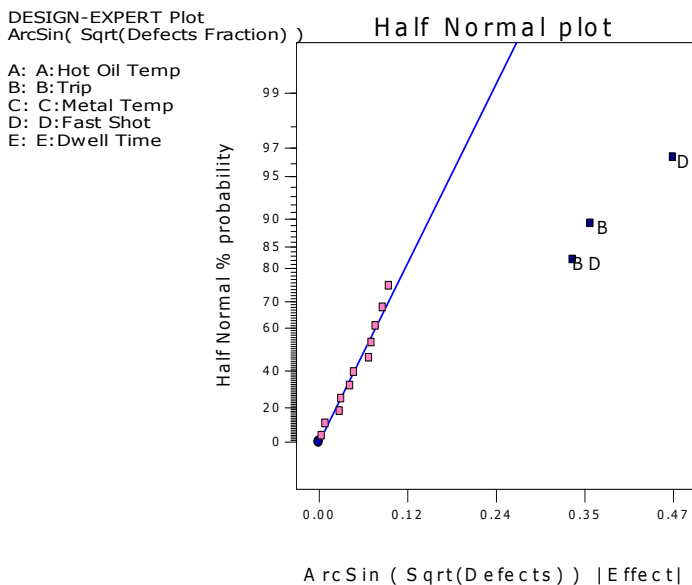
(Nota: l' eliminazione dei dati relativi alla variabile dipendente provoca una perdita delle informazioni sugli effetti, non serio in questo caso, e bisogna esserne consapevoli. Vedere Larntz e Whitcomb⁷ per consigli su come trattare i dati mancanti nei progetti fattoriali a due livelli).

La Figura 14 mostra il diagramma risultante half-normal degli effetti. In questa fase fa poca differenza se la variabile dipendente è trasformata o lasciata nelle sue unità originali.

Gli effetti diventano sorprendentemente chiari: B, D e la loro interazione BD. Si lascerà la trasformazione con radice quadrata dell' arcoseno poiché fornisce un' analisi un po' più pulita e ciò viene suggerito dagli statistici per i dati relativi a difetti con frazioni.

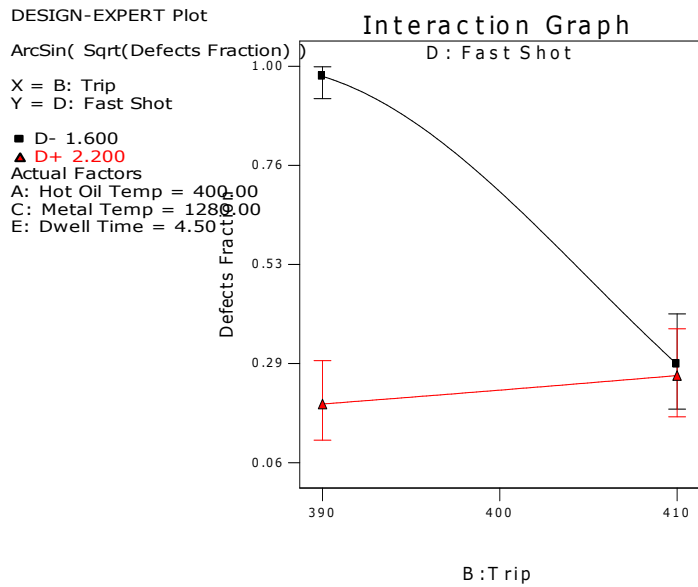
È immediato con Design Expert invertire la trasformazione e rimettere la variabile dipendente nuovamente con le unità originali prima della generazione del diagramma degli effetti.

Figura 14: Diagramma half-normal degli effetti per i dati relativi alla pressofusione, dopo avere ignorato l' outlier.



In questo caso l' interazione, illustrata in Figura 15, mostra chiaramente di essere fondamentale.

15: Diagramma dell' interazione BD relativa all' esperimento della pressofusione



La combinazione del fattore B a livello basso (Trip) e del fattore D a livello basso (Fast Shot) induce il processo a produrre pezzi non conformi. Aumentando semplicemente il livello del fattore B e/o D, la frazione dei difetti diminuisce considerevolmente.

Dave stimolato da questi risultati, che inizialmente rimanevano oscurati dall' outlier, ha condotto la sua squadra a successivi esperimenti che ha ridotto i difetti nei pezzi di alluminio pressofuso a **percentuali vicini a zero** (Dave DeVowe).

CONCLUSIONE

Un outlier è un valore della variabile dipendente che proviene da un esperimento che non adatta il modello proposto. Prima di arrivare a qualunque conclusione, si devono considerare queste possibilità:

1. Il modello è difettoso, non sono difettosi i dati. Il caso del cuscinetto ha mostrato un esempio di questo tipo; i migliori risultati sono emersi come punti staccati o outliers, e ciò induce naturalmente ad una ricerca alternativa a quella della cancellazione dei dati. Qui è riportato cosa dovrebbe essere fatto in tali casi:

a. Esaminare i seguenti diagrammi dei residui (tutti studentizzati) per diagnosticare la non-normalità (**fare questo sempre!**):

- Normal plot;
- Residui studentizzati verso i valori teorici predetti (controllo del presupposto della varianza costante);
- Residui esternamente studentizzati (outlier t) verso il run number;
- Box-Cox plot (per cercare le trasformazioni con l' elevazione a potenza).

b. Considerare una trasformazione della variabile dipendente o risposta come rimedio, con:

- Il logaritmo (base dieci o naturale, non importa);
- Un altro dalla famiglia della regola dell' elevazione a potenza, quale la radice quadrata (per i conteggi) o inverso (per i tassi);
- Radice quadrata dell' Arcoseno (per la frazione dei difetti) ed altre funzioni che non appartengono alla famiglia della regola dell' elevazione a potenza.

2. Il risultato è realmente un outlier. (caso pressofusione). Cercare i possibili errori di inserimento dati, oppure di misurazione della variabile dipendente, oppure di conduzione di una particolare prova sperimentale.

I veri outliers non dovrebbero essere scartati – la variabile dipendente potrebbe essere realmente differente da quella particolare combinazione dei fattori di progetto. Uno studio ulteriore potrebbe condurre ad una scoperta importante!

Come disse il famoso fisico Richard Feynman⁸ : "Il primo principio è quello che non dovete prendere in giro voi stessi ... e voi siete la persona più facile da prendere in giro."

Usando la metodologia grafica illustrata per diagnosticare ed analizzare dati sperimentali potenzialmente anomali, si migliora la probabilità di non essere ingannati presentando risultati ed interpretazioni che non possono essere sostenute scientificamente.

BIBLIOGRAFIA

1. Sparling, B. Ozone Depletion, History and politics, NASA Advanced Supercomputing Division website: <http://www.nas.nasa.gov/About/Education/Ozone/history.html> .
2. Box, G. 1990. George's Column: Do Interactions Matter? *Quality Engineering*. Vol. 2, No. 3, p 365.
3. Anderson, M. and P. Whitcomb. 2000. *DOE Simplified, Practical Tools for Experimentation*. Portland, Oregon: Productivity, Inc.
4. Weisberg, S. 1985. *Applied Linear Regression*, Second Edition. New York, New York: John Wiley and Sons.
5. Box, G., Hunter W. and S. Hunter. 1978. *Statistics for Experimenters*. New York, New York: John Wiley and Sons.
6. DeVowe, D. 1994. Diecaster achieves zero-defect parts. *Quality in Manufacturing*. March/April.
7. Larntz, K. and P. Whitcomb. 1993. Analyzing Two-level Factorials Having Missing Data. *Proceedings from Fall Technical Conference of American Statistical Association (ASA) and ASQ*. Rochester, NY.
8. Feynman, R. 1974. Cargo Cult Science. Caltech commencement address. (*Surely You're Joking, Mr. Feynman*. Bantam Doubleday Dell Pub. June 1999.)

Nota del traduttore:

I grafici riportati differiscono in parte dall' originale inglese perché sono stati realizzati ex-novo con files di DX6 che sono a disposizione per approfondimenti operativi. Richiederli semplicemente via e-mail.